

## Итоговая работа за 1 курс по дисциплине «Математика: алгебра и начала анализа; геометрия».

### Инструкции по выполнению работы

Вы получили текстовую контрольную работу по дисциплине «Математика: алгебра и начала анализа; геометрия». В ней представлены задания по основным разделам, изучаемых на 1 курсе. В результате выполнения работы вы должны представить полное решение уравнений или неравенств с ответом, выполнение тождественных преобразований в буквенных выражений или действий в числовых примерах. При решении геометрических задач вы должны показать чертежные навыки при изображении пространственного тела, решение задачи с теоретическими обоснованиями или формулами. При оценивании работы обращается внимание на аккуратность оформления и полноту обоснования решения примеров и задач. На выполнение работы дается 90 минут.

### Темы разделов.

1. Тригонометрические выражения.
2. Тригонометрические уравнения.
3. Производная.
4. Применение производной.
5. Понятие степени.
6. Иррациональные уравнения.
7. Показательные уравнения и неравенства.
8. Логарифмические уравнения и неравенства.
9. Геометрия.

### Примерные задания.

#### 1. Тригонометрические выражения:

1. Вычислите  $\cos 62^\circ \cdot \cos 32^\circ + \sin 62^\circ \cdot \sin 32^\circ$ ,
2. Вычислите  $\sin 86^\circ \cdot \cos 41^\circ - \cos 86^\circ \cdot \sin 41^\circ$ ,
3. Найдите  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,6$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,
4. Упростите выражение  $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha}$ .
5. Упростите выражение  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

#### 2. Тригонометрические уравнения:

1. Решите уравнение  $\cos 2x = 0$ ,
2. Найдите корни уравнения  $\sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,
3. Решите уравнение  $\sin^2 x = \sin 2x$ .
4. Решите уравнение  $5\cos^2 x - \cos 2x - 1 = 0$ .
5. Найдите корни уравнения  $\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ .

#### 3. Производная:

- 1 Найдите производную функции  $y = 8x^3 + 4x^2$ ,
  - 2  $y = 5x - \cos 2x$ ,
  - 3  $y = 3 + \sin(x + \pi)$ ,
  - 4  $y = \log_7(x + 5)$ ,
  - 5  $y = 4^x + 18$ .
- #### 4. Применение производной:

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = x^3$  в точке  $x_0 = 2$
2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 - 2t$ . Найдите скорость точки в момент  $t = 3$ с.
3. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^3 + t^2$ . Найдите ускорение точки в момент  $t = 2$ с.

5. Понятие степени:

1. Вычислите  $\sqrt[3]{0,008 \cdot 125}$ ,
2. Вычислите  $\sqrt{0,16 : \frac{36}{121}}$ ,
3. Вычислите  $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{-2} + \sqrt[6]{(-4)^6}$ ,
4. Упростите выражение  $\frac{pq^{1/2} + p}{q}$ ,
5. Упростите выражение  $\frac{a^{1/2}b - ab^{1/2}}{a-b}$ ,
6. Найдите значение выражения  $(x^{1,9} \cdot x^{2,1})^{0,5}$  при  $x = \sqrt{17}$ ,
7. Найдите значение выражения  $49^{5c} \cdot 49^{-2c}$  при  $c = \frac{1}{6}$ .

6. Иррациональные уравнения:

1. Решите уравнение  $\sqrt{x+6} = x$ ,
2. Решите уравнение  $\sqrt{x+1} = 4$ ,
3. Решите уравнение  $x - 5 = \sqrt{17 - 4x}$ ,
4. Решите уравнение  $2x = \sqrt[3]{8x^3 + x^2 + 4x + 3}$ .

7. Показательные уравнения и неравенства:

1. Решите уравнение  $5^{x+3} = 125$ ,
2. Решите уравнение  $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$ ,
3. Решите уравнение  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ ,
4. Решите неравенство  $6^{x-7} > \frac{1}{36}$ ,
5. Решите неравенство  $0,2^{x^2+1} \geq 0,00032$ .

8. Логарифмические уравнения и неравенства:

1. Решите уравнение  $\log_5(x+15) = 2$ ,
2. Решите уравнение  $\log_{12} x + \log_{12} 36 = 1$ ,
3. Решите уравнение  $\log_{0,2}^2 x - 3 \log_{0,2} x + 2 = 0$ ,
4. Решите неравенство  $\log_3 x < \log_3(4 - 5x)$ ,
5. Решите неравенство  $\log_{0,6}(x+1,6) \leq 2$ .

9. Геометрия.

1. Вычислите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, линейные размеры которого 5см, 8см и 12см.
2. Вычислите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, измерения которого 3м, 6м и 9м.
3. Найдите объем параллелепипеда, в основании которого лежит параллелограмм со сторонами 8 и 12 см, а боковое ребро равно периметру основания.

4. Вычислить объем пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник со сторонами 6 и 8 м, а высота пирамиды равна половине диагонали основания.
5. Найдите объем цилиндра, радиус основания которого 5 см, а образующая равна диаметру основания.
6. Найдите объем конуса, радиус основания которого 3 см, а образующая равна 5 см.
7. Найдите координаты и длину вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(2; -3; 6)$  и  $B(-4; 5; -2)$ .